2022 年 2 月 28 日　9:40－10:40

大学院工学研究科	電気エネルギーシステム専攻
	通信工学専攻
	電子工学専攻
大学院情報科学研究科	情報・生命系群
大学院医工学研究科	工学系コース電気・情報系

大学院入学試験問題

基礎科目
Basic Subjects

注意：　６設問中，２問題を選んで，答案用紙（問題ごとに１枚）に解答せよ．答案用紙が不足する場合は裏面を使って良い．問題は和文と英文を併記してある．

Attention: Choose 2 questions out of the following 6 questions and answer each of them on a separate answer sheet. You may use the backside. Questions are written in both Japanese and English.

2022年 2・3月実施
問題1 電磁気学
(1頁目／2頁中)

Fig. 1に示すように，無損失導体からなる円形のコイルが円形電流 I の上にある．円形電流 I および円形コイルは xy 面に平行であり，それらの半径はそれぞれ a，b である．円形電流 I および円形コイルの中心はそれぞれ $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ および $(x, y, z) = (0, 0, h)$ である．円形コイルの巻数は1とする．円形コイルには微小の隙間があり，誘導電圧 V が励起される．円形電流 I は閉経路 C に沿って流れている．C 上の線素ベクトルは $\boldsymbol{dl}$ とする．円形電流 I および線素ベクトル $\boldsymbol{dl}$ の向きはFig. 1に示す．円形電流 I および円形コイルは真空中にある．位置ベクトルは $\boldsymbol{r}$ とする．真空の透磁率は μ_0 である．以下の問に答えよ．

(1) ファラデーの電磁誘導の法則を示し，その物理的意味を説明せよ．

(2) 円形電流 I の磁気双極子モーメント $\boldsymbol{m}$ は以下のように定義される．$\boldsymbol{m}$ を求めよ．

$$\boldsymbol{m} = \frac{\mu_0 I}{2} \oint_C \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{dl}$$

(3) 円形コイルの中心 $(x, y, z) = (0, 0, h)$ における磁束密度の大きさと向きを求めよ．

(4) $I = I_0 \sin \omega t$ のとき，円形コイルの誘導電圧 V を求めよ．ここで，I_0 は定数，$\omega (\neq 0)$ は角周波数，t は時間である．円形コイル内の磁束密度は一様とみなせるものとし，その中心 $(x, y, z) = (0, 0, h)$ における値を用いて近似してよい．円形コイルを貫く磁束の計算において，微小の隙間は無視してよい．

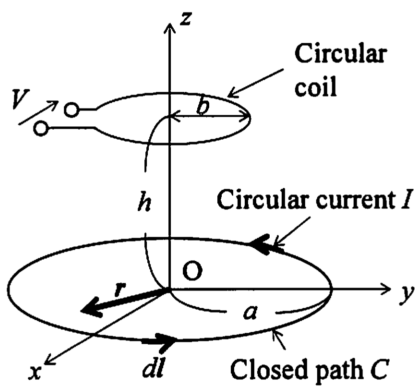

Fig. 1

2022年 2・3月実施
問題1 電磁気学
(2頁目／2頁中)

As shown in Fig. 1, a circular coil made of a lossless conductor is located above a circular current I. The circular current I and the circular coil are parallel to the xy-plane and their radii are a and b, respectively. The center of the circular current I and the circular coil is $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ and $(x, y, z) = (0, 0, h)$, respectively. The number of turns of the circular coil is 1. An infinitesimal gap is on the circular coil and an induced voltage V is excited. The circular current I flows along a closed path, C. A line element vector on C is $\boldsymbol{dl}$. The directions of the circular current I and the line element vector $\boldsymbol{dl}$ are shown in Fig. 1. The circular current I and the circular coil are in vacuum. The position vector is $\boldsymbol{r}$. The permeability of vacuum is μ_0. Answer the following questions.

(1) Show Faraday's law of electromagnetic induction and give its physical meaning.

(2) The magnetic dipole moment $\boldsymbol{m}$ of the circular current I is defined as follows. Find $\boldsymbol{m}$.

$$\boldsymbol{m} = \frac{\mu_0 I}{2} \oint_C \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{dl}$$

(3) Find the magnitude and direction of the magnetic flux density at the center of the circular coil $(x, y, z) = (0, 0, h)$.

(4) Find the induced voltage V of the circular coil when $I = I_0 \sin \omega t$. Here, I_0 is constant, $\omega (\neq 0)$ is the angular frequency, and t is the time. The magnetic flux density inside the circular coil is assumed to be uniform and can be approximated using the value at the center $(x, y, z) = (0, 0, h)$. During calculation of magnetic flux penetrating the circular coil, the infinitesimal gap can be neglected.

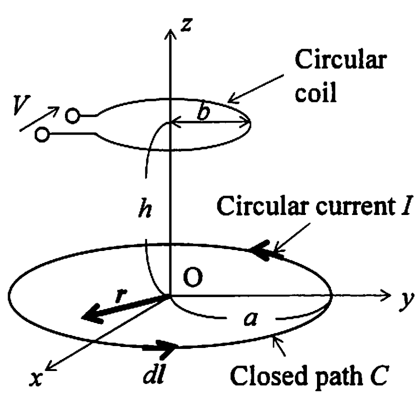

Fig. 1

2022 年 2・3 月実施
問題 2　電気回路
（1 頁目／2 頁中）

Fig. 2 に示す回路について，以下の問に答えよ．交流電源の電圧は E [V]，電源の角周波数は ω [rad/s]，抵抗は R_1, R_2 [Ω]，自己インダクタンスは L_1, L_2 [H]，相互インダクタンスは M [H]，インピーダンス素子は Z [Ω] である．また，端子 c-d 間の電圧は V_2 [V] であり，1 次回路側，2 次回路側を流れる電流をそれぞれ I_1，I_2 [A] とする．

(1) T 形等価回路を示せ．

(2) 2 次回路側の端子 c-d 間を短絡したとき，電流 I_1 に対する電流 I_2 の電流比 $|I_2|/|I_1|$ を ω, L_2, M, R_2 で表わせ．また，$\omega = 0$ [rad/s] のときの $|I_2|/|I_1|$ の値を求めよ．

(3) 2 次回路側の端子 c-d 間について，Z を取り除いて開放したとき，電源電圧 E に対する開放電圧 V_2 の電圧比 $|V_2|/|E|$ を求めよ．ただし，$R_1 = 10$ [Ω], $R_2 = 5$ [Ω], $L_1 = 10$ [mH], $L_2 = 5$ [mH], $M = 5$ [mH], $\omega = 1000$ [rad/s] である．

(4) 端子 a-b 間から見た入力インピーダンス $Z_{\mathrm{ab}} = E/I_1$ を $\omega, L_1, L_2, M, R_1, R_2, Z$ で表わせ．

(5) 2 次回路側の Z が理想的なキャパシタ C [F] であり，1 次回路側の交流電源の角周波数が $\omega_0 = 1/\sqrt{L_2 C}$ [rad/s] であるとき，Z_{ab} を $\omega_0, L_1, M, R_1, R_2$ で表わせ．ならびに，I_1 と I_2 の位相差が $\pi/2$ [rad] であることを導け．

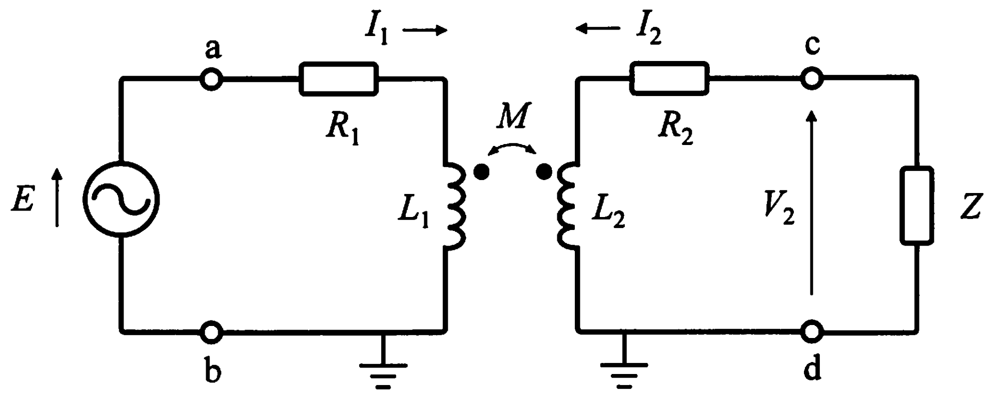

Fig. 2

2022 年 2・3 月実施
問題 2　電気回路
（2 頁目／2 頁中）

Answer the following questions regarding the circuit shown in Fig. 2. Here, the voltage of the power source is E [V], the angular frequency of the power source is ω [rad/s], the resistances are R_1, R_2 [Ω], the self inductances are L_1, L_2 [H], the mutual inductance is M [H], and the impedance element is Z [Ω]. The voltage between points c and d is V_2 [V] and the electric currents on the primary and secondary sides are I_1, I_2 [A], respectively.

(1) Show the T-type equivalent circuit.

(2) In the case that the points c and d are shorted on the secondary side, express the electric current ratio of the electric current on the secondary side I_2 to the electric current on the primary side I_1, $|I_2|/|I_1|$, by using ω, L_2, M, and R_2. And calculate the value of $|I_2|/|I_1|$ when $\omega = 0$ [rad/s].

(3) In the case that Z is removed and the points c and d are open on the secondary side, calculate the voltage ratio of the open circuit voltage V_2 to the voltage of the power source E, $|V_2|/|E|$. Here, $R_1 = 10$ [Ω], $R_2 = 5$ [Ω], $L_1 = 10$ [mH], $L_2 = 5$ [mH], $M = 5$ [mH], and $\omega = 1000$ [rad/s].

(4) Express the input impedance $Z_{ab} = E/I_1$ between points a and b by using $\omega, L_1, L_2, M, R_1, R_2$, and Z.

(5) In the case that Z is the ideal capacitance C [F] on the secondary side and the angular frequency of the power source on the primary side is $\omega_0 = 1/\sqrt{L_2 C}$ [rad/s], express Z_{ab} by using ω_0, L_1, M, R_1, and R_2. In addition, show that the phase difference between I_1 and I_2 is equal to $\pi/2$ [rad].

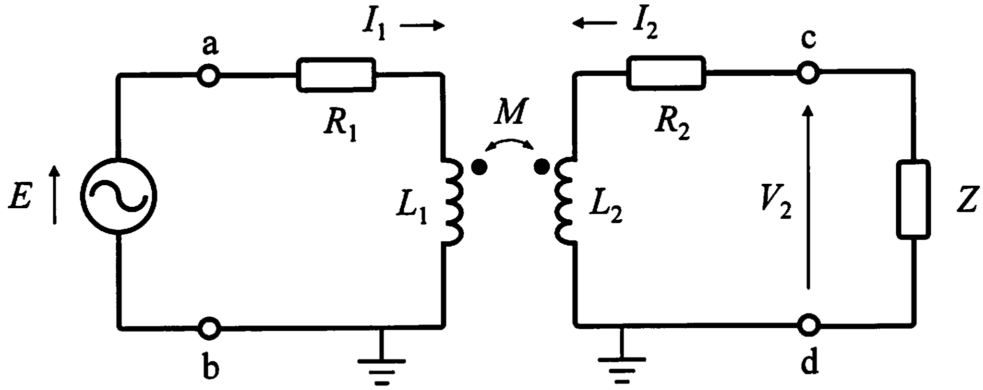

Fig. 2

2022年2・3月実施
問題3 情報基礎1
(1頁目／4頁中)

7つのセグメント A, B, C, D, E, F, G から構成される, Fig. 3(a) のようなLED表示器を考える. ただし, どのような入力に対しても, セグメント G は常時白であり, セグメント F は常時黒である.

この表示機は, 7種類の3ビットの入力 $(x, y, z) = (0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0)$ に対して Fig. 3(b) のような出力をそれぞれ与える. このとき, 入力 (x, y, z) に対してセグメント $i \in \{A, B, C, D, E\}$ が黒の場合は1, 白の場合は0を出力する論理関数を $f_i(x, y, z)$ とする. ただし, 入力 $(x, y, z) = (1,1,1)$ はドントケア項, すなわち, どのような出力を与えても良い.

以下の問に答えよ.

(1) 5つの論理関数 $f_i(x, y, z), i \in \{A, B, C, D, E\}$ の真理値表を記述せよ.

(2) 論理関数 $f_B(x, y, z)$ の積和最簡形の論理式と和積標準形の論理式を求めよ. 同様に, 論理関数 $f_E(x, y, z)$ の積和最簡形の論理式と和積標準形の論理式を求めよ.

(3) 入力 (x, y, z) に対して出力 $(f_B(x, y, z), f_E(x, y, z))$ を与える3入力2出力論理回路を, 2入力 **AND**, 2入力 **OR**, **NOT** の3種類の論理素子のみを用いて構成せよ. ただし, 論理素子は Fig. 3(c) のように表記し, 回路に使用する素子数はできる限り少なくすること.

(4) 入力 (x, y, z) に対して出力 $f_B(x, y, z)$ を与える3入力1出力論理回路を, 3入力 **NOR** の論理素子のみを用いて構成せよ. ただし, 論理素子は Fig. 3(c) のように表記し, 回路に使用する素子数はできる限り少なくすること.

2022年2・3月実施
問題3　情報基礎1
(2頁目／4頁中)

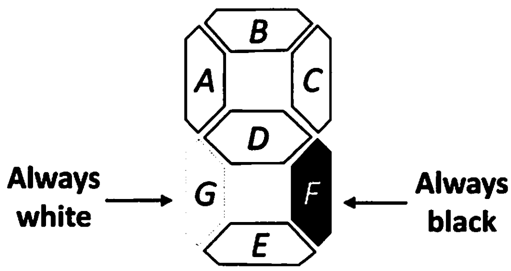

Fig. 3 (a)

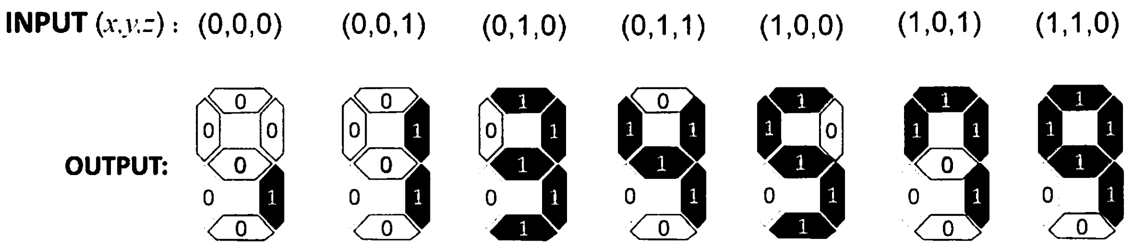

Fig. 3 (b)

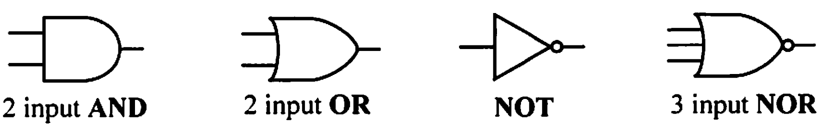

Fig. 3 (c)

Consider the LED display shown in Fig. 3(a), which consists of 7 segments A, B, C, D, E, F, G. Here, for any input, the segment G is always white, and the segment F is always black.

The display gives outputs as shown in Fig. 3(b) according to 7 kinds of 3-bit inputs $(x, y, z) = (0,0,0)$, $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(0,1,1)$, $(1,0,0)$, $(1,0,1)$, and $(1,1,0)$, respectively. Let $f_i(x, y, z)$ be a logical function that outputs 1 if segment $i \in \{A, B, C, D, E\}$ is black and 0 if it is white for input (x, y, z). Here, the input $(x, y, z) = (1,1,1)$ is a "don't care term," i.e., it can give any output.

Answer the following questions.

(1) Show the truth table for the five logical functions $f_i(x, y, z), i \in \{A, B, C, D, E\}$.

(2) Show the logical expression of the logic function $f_B(x, y, z)$ in the minimum sum of products form and in the canonical product of sum form. Similarly, show the logical expression of the logic function $f_E(x, y, z)$ in the minimum sum of products form and in the canonical product of sum form.

(3) Construct a 3-input 2-output logic circuit that gives output $(f_B(x, y, z), f_E(x, y, z))$ for input (x, y, z) using only 3 kinds of the logic elements: 2-input **AND**, 2-input **OR**, and **NOT**. Here, the logic elements should be represented as shown in Fig. 3(c), and the number of logic elements used in the circuit should be as small as possible.

(4) Construct a 3-input 1-output logic circuit that gives output $f_B(x, y, z)$ for input (x, y, z) using only the 3-input **NOR** logic elements. Here, the 3-input **NOR** logic element should be represented as shown in Fig. 3(c), and the number of logic elements used in the circuit should be as small as possible.

2022年2・3月実施
問題3 情報基礎1
(4頁目／4頁中)

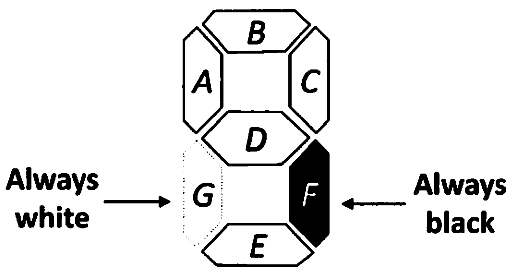

Fig. 3 (a)

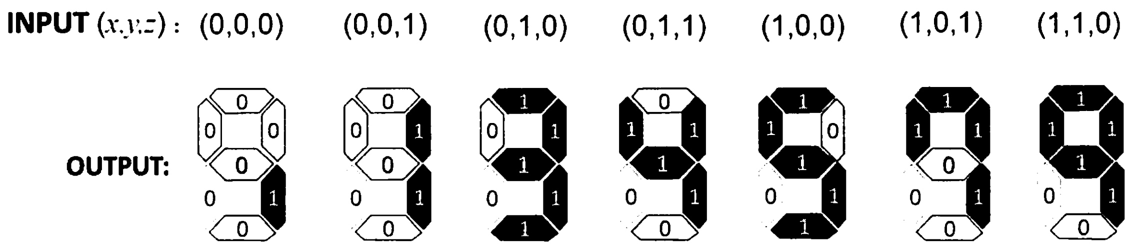

Fig. 3 (b)

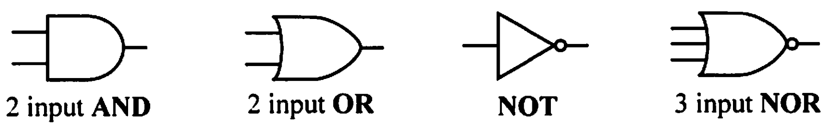

Fig. 3 (c)

2022年 2・3月実施
問題4 情報基礎2
(1頁目／2頁中)

以下の問に答えよ．

(1) m を正の整数とおく．$2m$ 個の互いに異なる値がある．そのうち m 個の値が配列 A_1 に昇順に格納されている．残りの m 個の値が配列 A_2 に昇順に格納されている．

A_1 と A_2 から値を取り出して，すべての値が昇順になるように配列 B に格納する手順を考える．最悪時間計算量が $O(m)$ であるような手順を簡潔に示せ．

(2) n 個の互いに異なる値が格納された配列 C を考える．ただし，$n = 2^p$ であり，p は正の整数である．幾つかの変数と配列 C に加えて，長さが n の配列を一つだけ作業領域として使用してよい．

(a) 問 (1) の手順を用いて，配列 C に格納された値を昇順に整列することを考える．最悪時間計算量が $O(n \log n)$ であるような整列手順を，簡潔に説明せよ．

(b) (a) の手順の最悪時間計算量が $O(n \log n)$ となる理由を，簡潔に説明せよ．

(3) k を正の整数とおく．ある広い定義域の中で，k 個の互いに異なる値を考える．これらの値が配列に格納されているものとする．

これらの値がある条件を満たしているとき，基数ソートを用いることで，値の初期の順序に依らず，値を線形時間 $O(k)$ で整列することができる．時間計算量が $O(k)$ となるような条件を一つ示せ．

2022年 2・3月実施
問題4 情報基礎2
(2頁目／2頁中)

Answer the following questions.

(1) Let m be a positive integer. There exist $2m$ values which are different from each other. m values out of them are stored in an array A_1 in ascending order. The remaining m values are stored in an array A_2 in ascending order.

Consider a procedure for taking all the values out of A_1 and A_2, and storing them in an array B so that all values are in ascending order. Explain briefly the procedure whose worst-case time complexity is $O(m)$.

(2) Consider an array C holding n values which are different from each other, where $n = 2^p$ and p is a positive integer. Only one array whose length is n can be used as a working space in addition to some variables and the array C.

(a) Consider sorting the values stored in the array C in ascending order using the procedure in question (1).

Explain briefly a sorting procedure whose worst-case time complexity is $O(n \log n)$.

(b) Explain briefly the reason why the worst-case time complexity of the procedure in (a) is $O(n \log n)$.

(3) Let k be a positive integer. Consider k values which are different from each other in a large domain of definition. Suppose these values are stored in an array.

When these values satisfy a certain condition, it is possible to sort the values in linear time $O(k)$ by using Radix Sort regardless the initial order of the values. Show a condition in which the time complexity becomes $O(k)$.

2022 年 2・3 月実施
問題５　物理基礎
（１頁目／２頁中）

Fig. 5 (a)に示すように，質量の無視できる棒が，長さ a で質量の無視できる 2 本のひもで水平な天井から吊されている．棒をつり下げている 2 本のひもは平行で，棒は常に水平である．棒の両端には，質量 m の質点 A および B が，長さが l で質量の無視できるひもでそれぞれつり下げられている．Fig. 5 (b)に示すように，棒および質点が xy 面内で運動する場合について考える．棒をつり下げているひもが鉛直下向き方向（$-y$方向）となす角度をθ，質点 A および B が$-y$方向となす揺れ角度をそれぞれ φ_1および φ_2とし，$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$とおく．また，質点 A および B の水平方向（$x$ 方向）の変位をそれぞれ x_1およびx_2，重力加速度（$-y$方向）の大きさをgとする．ここで，θ は微小であり，$\sin\theta \simeq \theta$ および $\cos\theta \simeq 1$と近似できる．また，φ_1，φ_2 も微小であり，同様に近似できるものとする．以下の問に答えよ．

(1) 質点 A および B の運動方程式を求めよ．

(2) 棒の質量が無視できるとき，棒の両端にかかる力は釣り合う．この時，θとφ_1および φ_2との関係を求めよ．

(3) この系の基準座標を $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ および θ とする．φ および θそれぞれに対する基準角振動数（固有角振動数）ω_φ および ω_θを求めよ．また，ω_φ および ω_θの大小関係を示し，その理由を定性的に論ぜよ．

(4) $\theta = 0$とした場合，および$\varphi = 0$とした場合のそれぞれについて，θ，φ_1，φ_2 の時間変化の概略をグラフに表せ．

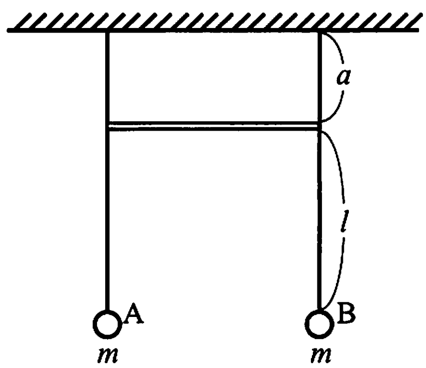

Fig. 5 (a)

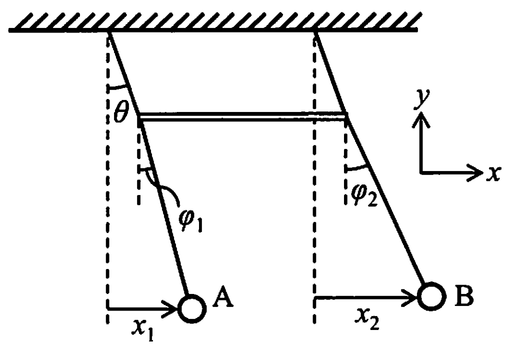

Fig. 5 (b)

2022 年 2・3 月実施
問題５　物理基礎
（２頁目／２頁中）

As shown in Fig. 5 (a), a rod of negligible mass is suspended from a horizontal ceiling by two strings of length a and negligible mass. The two strings suspending the rod are assumed to be parallel and the rod is always horizontal. At each end of the rod, the mass points A and B of mass m are suspended by a string of length l and negligible mass, respectively. As shown in Fig. 5 (b), consider the case where the rod is moving in the xy-plane. Let the angle of the string suspending the rod with respect to the vertical downward direction ($-y$ direction) be θ, the swing angle of the mass points A and B with respect to the $-y$ direction be φ_1 and φ_2, respectively, and $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Also, let the displacements of the mass points A and B in the horizontal direction (x direction) be x_1 and x_2, respectively, and the magnitude of the gravitational acceleration ($-y$ direction) be g. Here, θ is assumed to be small and can be approximated as $\sin\theta \simeq \theta$ and $\cos\theta \simeq 1$. φ_1 and φ_2 are also assumed to be small and can be approximated in the same way. Answer the following questions.

(1) Find the equations of motion for the mass points A and B.

(2) When the mass of the rod is negligible, the forces acting on both ends of the rod are balanced. Find the relationship among θ, φ_1 and φ_2.

(3) The reference coordinates of this system are $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ and θ. Find the reference angular frequencies (natural angular frequencies) ω_φ and ω_θ for φ and θ, respectively. Obtain the relationship between the magnitudes of ω_φ and ω_θ, and discuss the reasons qualitatively.

(4) For the two cases of $\theta = 0$ and $\varphi = 0$, sketch the dynamics of θ, φ_1 and φ_2 on a graph.

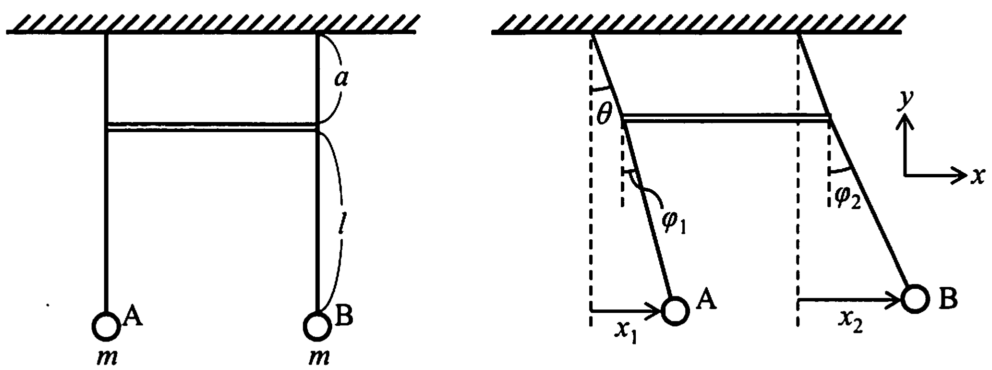

Fig. 5 (a)　　Fig. 5 (b)

2022 年 2・3 月実施
問題 6　数学基礎
(1 頁目／2 頁中)

（1）行列 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & -2 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ について考える．以下の問に答えよ．

(a) A のすべての固有値と，それに対応する固有ベクトルを求めよ．

(b) 行列に関する方程式，$A^3+aA^2+bA+cE=O$ の係数 a, b, c を求めよ．ただし，E は 3 行 3 列の単位行列，O は零行列である．

(c) 行列 $A^4+A^3-A^2+4A-5E$ を計算せよ．

（2）関数 $f(t)$ のラプラス変換を $F(s)=\mathscr{L}[f(t)]\equiv\int_0^\infty e^{-st}f(t)\,dt$ とする．以下の問に答えよ．

(a) $\mathscr{L}[f(at+b)]=\dfrac{e^{bs/a}}{a}\left\{F\left(\dfrac{s}{a}\right)-\int_0^b e^{-st/a}f(t)dt\right\}$ となることを導け．ここで，$a>0$．また，$at+b\le 0$ のとき，$f(at+b)=0$ である．

(b) 上式を用いて，以下の差分方程式，

$$\begin{cases} f(t+2)-3f(t+1)+2f(t)=t & (t\ge 0)\\ f(t)=0 & (0\le t\le 2),\end{cases}$$

を満たす $f(t)$ に対する $F(s)$ を求めよ．

2022 年 2・3 月実施
問題 6　数学基礎
(2 頁目／2 頁中)

(1) Consider the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Answer the following questions.

(a) Find all the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of A.

(b) Find coefficients a, b, and c for a matricial equation $A^3 + aA^2 + bA + cE = O$. Here, E is the 3×3 unit matrix and O is the zero matrix.

(c) Calculate the matrix of $A^4 + A^3 - A^2 + 4A - 5E$.

(2) Let $F(s) = \mathscr{L}[f(t)] \equiv \int_0^\infty e^{-st} f(t)\,dt$ be the Laplace transform of the function $f(t)$.

Answer the following questions.

(a) Show that $\mathscr{L}[f(at+b)] = \dfrac{e^{bs/a}}{a}\left\{F\left(\dfrac{s}{a}\right) - \int_0^b e^{-st/a} f(t)\,dt\right\}$.

Here, $a > 0$. Also $f(at+b) = 0$, where $at + b \le 0$.

(b) By using the above formula, find $F(s)$ of $f(t)$ satisfying the following difference equation,

$$\begin{cases} f(t+2) - 3f(t+1) + 2f(t) = t & (t \ge 0) \\ f(t) = 0 & (0 \le t \le 2). \end{cases}$$